



Apuntes de Pol Sobre Geometría

¿Qué es la Geometría?

La geometría es una de las ramas de las matemáticas, que estudia las propiedades de las figuras en el plano 2D o el espacio 3D.

La geometría estudia todos los elementos geométricos, cómo ahora son: los cruces, los puntos, las líneas, las rectas, los planos, las superficies, etc...

Ideas y Conceptos Primitivos

Existen una serie de elementos que denominamos conceptos primitivos o ideas primitivas, que junto a los axiomas y lugares geométricos, conforman unas verdades geométricas que consideramos verdaderas y que no les hace falta demostración siendo verdades irrefutables.

Los conceptos primitivos o las ideas primitivas, son propiedades, que definen que es cada cosa geométrica, cómo ahora: el punto, el cruce, la recta, la línea, la arista, la curva, el ángulo, el vértice, la superficie, el área, el plano, etc....

A continuación se detallan estos conceptos primitivos o ideas primitivas que definen que son cada cosa y sus axiomas que son verdades geométricas.

El Cruce Adimensional y El Punto Dimensional

El punto y el cruce adimensional, se refieren a algo parecido entre ellos, siendo los dos posiciones espaciales dentro de un plano 2D o espacio 3D dado.

El punto es una cosa física, que tiene área, y que también, puede tener volumen, por lo tanto tiene dimensiones y masa, que posicionalmente, representa una posición en el plano 2D con $A \times B$, y que también, representa un espacio 3D con $A \times B \times C$.

El cruce adimensional es solo la posición o dirección en un plano o un espacio, sin tener área ni volumen, donde Elucides dijo que era algo sin dimensiones ni espacio.

Así ambos (puntos y cruces adimensionales) son ambos posiciones en un plano o espacio, y solo el punto, puede contener algo con área y volumen que en su sucesión de puntos dimensionales puede concebir una recta muy usada para hacer cualquier tipo de figura en un plano o espacio.

La Recta, la Línea, la Arista o el Segmento

La recta, la línea, la arista, o el segmento, es toda aquella sucesión de puntos, indicada entre 2 puntos o cruces adimensionales, construida de 2 a más puntos, con una longitud de dimensión 1, que están entre 2 cruces adimensionales de límite de dimensión (1 dimensión con 2 límites de dimensión), que tienen longitud de ancho, y que no tiene ni alto ni fondo.

Así la línea, la recta o la arista es una longitud de ancho sin alto ni fondo.



Apuntes de Pol Sobre Geometría

Los Ángulos, las Intersecciones y los Vértices

Los ángulos son la forma de medir la inclinación existente entre dos aristas de una intersección en un plano 2D, también son más de 2 aristas de un vértice de un bi-plano 2D, en los polígonos en planos 2D (intersección del polígono) o en un poliedro de bi-planos 2D (vértice del poliedro).

Así los ángulos son una especie de medición de inclinación entre dos rectas, líneas o aristas, en una intersección de un polígono en un plano 2D, o más de una inclinación entre más de 2 aristas de un vértice de un de un poliedro en un bi-plano 2D.

El Plano La Superficie o El Área

La superficie, el plano, o el área, son un objeto de superficie de 2 Dimensiones que cubre la totalidad de la parte interior, de un poliedro solido o un polígono que son figuras finitas, las cuales cubren toda la superficie cerrada en una figura en 2D.

Las superficies, los planos, o las áreas, son las superficies de la región interior de las figuras 2D, que cubren la parte interior cerrada por los vértices de un poliedro o polígono.

La Región, El Multiplano o El Espacio

El multiplano o el espacio, es el lugar geométrico e imaginario infinito, en el que ocurren los fenómenos descritos por la geometría, es un lugar donde se puede reproducir el método descrito por los conceptos primitivos, los axiomas y sus lugares geométricos.

La región de plano o espacio de un multiplano, es un trozo finito de plano 2D, o de un multiplano o espacio 3D , y es una zona que llamamos área, cuando es un plano, y volumen, cuando es un espacio o multiplano, y este se ubica en un plano o espacio multiplano infinito.

Las Dimensiones y Sus Limite

Las dimensiones geométricas son de 1 , 2 y 3 dimensiones, y contienen 2 , 4 , y 6 Limites de Dimensión respectivamente:

- 1D = La Recta, la línea, la arista, el segmento, está representa el Ancho de Izquierda a Derecha de los 2 cruces adimensionales.

- 2D = El Plano, la superficie, el área, está representa el Ancho y Alto de Izquierda a Derecha y de Arriba a Abajo de los 4 cruces adimensionales.

- 3D = El Espacio, está representa el Ancho, Alto, y Fondo de Izquierda a Derecha, de Arriba a Abajo, y de Frente a Fondo de los 6 cruces adimensionales.

Cada dimensión, contiene dos números limitan-tes llamados LD, que definen la propiedad del limite de esas dimensiones (con cada una 1 = ancho = 2 Limites de Dimensión de Izquierda y Derecha o los llamados 2 LD).



Apuntes de Pol Sobre Geometría

Axiomas Geométricos

Axiomas de Asociación Enlace o Incidencia

Estos son los axiomas geométricos relacionados con la asociación, el enlace o la incidencia.

Axioma 01: (de Hilbert con algo de Pol)

2 puntos separados, determinan siempre una línea, una recta, una arista, finitas, que provienen de una línea infinita a la que pertenecen.

Axioma 02: (de Hilbert con algo de Pol)

2 puntos cualesquiera de una recta, separados uno del otro, determinan y hacen finita la recta.

Axioma 03: (de Hilbert)

La línea, la recta, la arista o el segmento, siempre tienen como mínimo 2 puntos, donde el plano, por lo menos tiene 3 puntos, no situados en la misma recta, donde el espacio, por lo menos tiene 4 puntos, con al menos 3 puntos situados en el mismo plano.

Axioma 04: (de Hilbert)

3 puntos que no estén sobre una misma recta, determinan el plano o superficie que los contiene.

Axioma 05: (de Hilbert)

3 puntos cualquiera en un plano, superficie o área, que no estén en la misma recta, determinan ese plano.

Axioma 06: (de Hilbert)

Si 2 cruces adimensionales de una recta pertenecen a un plano, todos los puntos de la recta, y la recta en si misma, pertenecen al mismo plano.

Axioma 07: (de Hilbert)

Si 2 planos tienen un punto en común, tienen, como mínimo, otro punto en común.

Axioma 08: (de Hilbert)

Hay por lo menos 4 puntos no contenidos en un plano.

Axioma 09: (de Pol)

Hay por lo menos 6 puntos no contenidos en un espacio.

Axioma 10: (de Pol)

4 puntos que no estén sobre un mismo plano, determinan el espacio que los contiene.



Apuntes de Pol Sobre Geometría

Axiomas de Ordenación

Estos son los axiomas geométricos relacionados con la ordenación.

Axioma 01: (de Hilbert)

Si A , B y C son tres cruces de una recta, y B está situado entre A y C , también está situado entre C y A .

Axioma 02: (de Hilbert)

Si A y C son 2 cruces de una recta, hay al menos un punto, B , que se encuentra entre A y C , y un cruce D tal que C esta entre A y D .

Axioma 03: (de Hilbert)

De 3 cruces cualquiera de una recta, hay siempre un cruce y solo uno de ellos, que esta comprendido entre los otros 2.

Axioma 04: (de Hilbert)

Sean A , B , C tres cruces no pertenecientes a la misma recta, y R una recta del plano ABC , que no contenga a ninguno de los cruces A , B , C , los segmentos AB , BC y AC , son tales, que o 2 de ellos o ninguno, tienen cruces comunes con R .

Axiomas de Paralelismo

Este es el axioma que habla del paralelismo.

Axioma 01: (V postulado de Euclides).

Si 1 recta corta a otras 2, formando con ellas, hacia el mismo lado, ángulos interiores que suman menos que dos rectos, y estas rectas se prolongan indefinidamente, deben cortarse en la zona en que se hallan los dos ángulos cuya suma es menor que 2 rectos.

Axiomas de Congruencia o Movimiento

Estos son los axiomas que hablan de la congruencia y el movimiento de igualdad por coincidencia.

Axioma 01: (de Peano)

Los movimientos son transformaciones puntuales y biunivocas del espacio en si mismo que forman grupo.

Axioma 02: (de Peano)

El inverso de un movimiento es un movimiento.



Apuntes de Pol Sobre Geometría

Axioma 03: (de Peano)

Un movimiento transforma rectas en rectas ordenadamente, es decir , conservando el orden de sus puntos.

Axioma 04: (de Peano)

Dado un punto A , una recta r pasando por A , una semirecta r_1 de r un plano P que contenga a r y en el semiplano P_1 , un espacio E conteniendo a P y en él un semiespacio E_1 y, dados análogamente, A', r'_1, P'_1, E'_1 existe un solo movimiento que transforma A en A' , r_1 en r'_1 , P_1 en P'_1 , y E_1 en E'_1

Axioma 05: (de Peano)

Un movimiento que transforme una semirecta en si misma, tiene fijos todos los puntos de la semirecta, si transforma un semiplano en si mismo, teniendo fijos 2 puntos de la recta origen, tiene fijos todos sus puntos

Axioma 06: (de Hilbert)

Si A y B son 2 puntos sobre una recta r , y además A es otro punto de la recta r u otra r , siempre se puede encontrar a un lado prefijado de la misma recta o de la r un punto B y solamente uno, tal que el segmento AB sea congruente con el $A'B'$

Axioma 07: (de Hilbert)

Si un segmento AB es congruente con el segmento $A'B'$ es también congruente en $A''B''$

Axioma 08: (de Hilbert)

Si A, B, C y A', B', C' son puntos así ordenados de la misma o de distinta recta, y tales que;
 $AB = A'B'$ y $BC = B'C'$, también $AC = A'C'$

Axioma 09: (de Hilbert)

En un semiplano existe un ángulo y solo uno que, teniendo por lado una semirecta de su origen, sea congruente a un ángulo dado. Un ángulo es igual a si mismo independientemente del orden de sus lados

Axioma 10: (de Hilbert)

Si un ángulo a° es igual a otro $a^{\circ'}$ y este lo es a un tercero $a^{\circ''}$, también a° y $a^{\circ''}$ serán iguales.

Axioma 11: (de Hilbert)

2 triángulos que tengan 2 lados y el ángulo comprendido iguales, tienen respectivamente iguales, también, los otros 2 ángulos.



Apuntes de Pol Sobre Geometría

Lugares Geométricos

Lugares Geométricos de Cruces Adimensionales

Lugares Geométricos de cruces adimensionales:

- Incentro:

L. g. donde concurren las bisectrices de un triángulo.

- Circuncentro:

L. g. donde concurren las mediatrices de un triángulo.

- Ortocentro:

L. g. donde concurren las alturas de un triángulo.

- Baricentro:

L. g. donde concurren las medianas de un triángulo.

- Centro Radical:

L. g. de los cruces a igual distancia de 3 circunferencias.

- Centro de Homología:

L. g. donde concurren las rectas que contienen cruces homólogos.

- Centro de Homotecia:

L. g. donde concurren las rectas que contienen cruces homotéticos.

- Centro Semejanza:

L. g. donde concurren las rectas que contienen cruces semejantes.

- Centro de Inversión:

L. g. donde concurren las rectas que contienen cruces inversos.



Apuntes de Pol Sobre Geometría

Lugares Geométricos de Líneas

Lugares Geométricos de líneas:

- Mediatriz:

L. g. de los cruces equidistantes de los extremos de un segmento.

- Bisectriz:

L. g. de los cruces equidistantes de los lados de un ángulo.

- Recta de Simpson:

L. g. de los cruces que dividen en partes iguales al segmento que une un cruce cualquiera de un triángulo y el ortocentro.

- Eje Radical:

L. g. de los cruces equidistantes de dos circunferencias.

- Ejes de Simetrías:

L. g. de los cruces dobles de una simetría.